



Matemàtiques II

Model 3

Contesta de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4.

Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Opció A

- a) Calculau totes les matrius 2×2 de la forma $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & d \end{pmatrix}$ que satisfan $A^2 = 0$. (6 punts)
b) Demostrau que les matrius de l'apartat anterior no són invertibles. (4 punts)
- Calculau la recta perpendicular al pla que passa pels punts $P_1(1,1,1)$, $P_2(0,2,1)$, $P_3(0,0,-1)$ i que passa pel punt $(0,0,0)$. (10 punts)
- Calculau els màxims i mínims relatius de la funció: $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+2x+3}$. (10 punts)
- Feu un dibuix del recinte limitat per la corba $f(x) = \frac{x}{x^2+3}$ entre els valors $x=0$, $x=1$ i l'eix OX (3 punts). Calculau l'àrea d'aquest recinte. (7 punts)

Opció B

- a) Calculau la posició relativa de les rectes: $r_1: \begin{cases} x+2y+3z=-1, \\ x+y-z=0, \end{cases} r_2: \begin{cases} x+y=0, \\ 2x+y=1. \end{cases}$ (5 punts)
b) Calculau, si escau, o bé el punt d'intersecció o bé la recta perpendicular a aquestes dues i que les talli. (5 punts)
- a) Discussiu el següent sistema d'equacions lineals segons els valors del paràmetre a
$$\begin{cases} x+2y+z=-1, \\ x+ay-az=0, \\ 3ax+6y-3z=-1. \end{cases} \quad (6 \text{ punts})$$

b) Resoleu el sistema en el cas en què sigui compatible indeterminat. (4 punts)
- Sigui a un valor real que està estrictament entre -1 i 1 ($-1 < a < 1$). Definim la funció següent en funció de a : $f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 + a \cdot x^2 + x - 3$. Demostrau que la funció anterior només s'anul·la per a un valor de x . (10 punts)
- Calculau la següent integral indefinida: $\int x \cdot \sqrt[3]{4+x^2} dx$ (10 punts)